223

ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

том 45

9-10
сентябрь-октябрь

ИЗДАНИЕ НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА УКРАИНЫ «КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

2002

УДК 621.391

ТРИФОНОВ А. П., ГЛАЗНЕВ А. А.

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХИ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ*

Выполнен синтез и анализ алгоритма совместной оценки максимального правдоподобия дисперсии и полосы частот случайного сигнала. Алгоритм адаптируется к помехе с неизвестными интенсивностью и полосой частот. Приведены результаты статистического моделирования синтезированных алгоритмов на ЭВМ.

Задача оценки параметров спектра мощности (СМ) стационарного случайного процесса рассматривалась в ряде работ [1,2] и др. В [2] получена структура и найдены характеристики адаптивного максимально правдоподобного измерителя дисперсии и полосы частот случайного сигнала с прямоугольной формой СМ, адаптирующегося к помехе с неизвестной интенсивностью. При этом предполагалось, что априори неизвестная полоса частот помехи больше полосы пропускания ω_m преселектора радиоэлектронной системы [2], реализующей оценку максимального правдоподобия (ОМП). Однако, достаточно часто полоса частот внешней непреднамеренной (взаимной) помехи [3] или преднамеренной шумовой помехи [4] может быть меньше полосы пропускания преселектора. В этом случае полученный в [2] алгоритм оценки перестает быть максимально правдоподобным и точность оценок ухудшается. Поэтому рассмотрим возможность адаптивного измерения параметров СМ случайного сигнала при наличии помехи с неизвестными интенсивностью и полосой частот.

Аналогично [2] полагаем, что в течение времени $[0, T]$ обработке доступна прошедшая через преселектор радиоэлектронной системы реализация наблюдаемых данных вида

$$x(t) = s(t) + \xi(t) + n(t). \tag{1}$$

Здесь $s(t)$ — стационарный гауссовский случайный сигнал с прямоугольной формой СМ $G_s(\omega) = 2\pi D_0\, I(\omega/\Omega_0)/\Omega_0$, где $I(x) = 1$ при $|x| \le 1/2$ и $I(x) = 0$ при

* Приведенные результаты получены при поддержке CDRF, Минобразования РФ и Российского фонда фундаментальных исследований (проекты VZ-010-0, Е00-5,5-5 и 02-01-00057).

$|x| > 1/2$. Соответственно неизвестными параметрами СМ сигнала являются дисперсия D_0 и ширина полосы частот Ω_0, принимающая значения из априорного интервала $[\Omega_{\min}; \Omega_{\max}]$. Положим, что полоса пропускания преселектора ω_m всегда превышает полосу частот сигнала ($\omega_m > \Omega_{\max}$) и что время наблюдения T значительно больше времени корреляции случайного сигнала, т. е.

$$\mu = T\Omega_0 / 4\pi >> 1. \quad (2)$$

Как и в [2] аддитивную помеху $n(t)$, аппроксимирующую собственные шумы элементов радиоэлектронной системы, будем полагать гауссовским белым шумом с односторонней спектральной плотностью N_0. В качестве модели внешней помехи $\xi(t)$ выберем стационарный центрированный гауссовский случайный процесс, обладающий СМ $G_\xi(\omega) = \gamma_0 I(\omega/\varphi_0)/2$. Неизвестными параметрами помехи являются ее интенсивность γ_0 и полоса частот φ_0, принимающая значения из интервала $[\varphi_{\min}; \varphi_{\max}]$, причем $\varphi_{\min} > \Omega_{\max}$.

В случае, если полоса частот помехи больше полосы пропускания преселектора ($\varphi_{\min} > \omega_m$), в качестве алгоритма оценки неизвестных параметров СМ случайного сигнала можно использовать максимально правдоподобный алгоритм, синтезированный в [2]. Тогда оценки дисперсии и полосы частот сигнала имеют следующий вид

$$\widetilde{D} = \frac{1}{\pi}\left[\int_0^{\widetilde{\Omega}/2} S_T(\omega)d\omega - \frac{1}{\omega_m/\widetilde{\Omega} - 1}\int_{\widetilde{\Omega}/2}^{\omega_m/2} S_T(\omega)d\omega\right], \quad (3)$$

$$\widetilde{\Omega} = \arg\sup \widetilde{L}(\Omega), \ \Omega \in [\Omega_{\min}; \Omega_{\max}], \quad (4)$$

$$\widetilde{L}(\Omega) = \frac{T}{\pi N_0}\int_0^{\omega_m/2} S_T(\omega)d\omega - \frac{T\omega_m}{4\pi} - \frac{T\Omega}{4\pi}\ln\frac{4}{\Omega N_0} \times$$

$$\times \int_0^{\Omega/2} S_T(\omega)d\omega - \frac{T(\omega_m - \Omega)}{4\pi}\ln\frac{4}{(\omega_m - \Omega)N_0}\int_{\Omega/2}^{\omega_m/2} S_T(\omega)d\omega. \quad (5)$$

Здесь $S_T(\omega) = \left|\int_0^T x(t)\exp(-j\omega t)dt\right|^2 / T$ — периодограмма реализации наблюдаемых данных. В случае $\varphi_{\min} < \omega_m$ полоса пропускания преселектора может оказаться как больше, так и меньше полосы частот помехи. При $\omega_m \le \varphi_0$ алгоритм совместной оценки (3), (4) остается максимально правдоподобным и его характеристики получены в [2]. Поэтому в дальнейшем рассмотрим случай $\omega_m > \varphi_0$ и определим характеристики квазиправдоподобных оценок дисперсии (3) и полосы частот (4) случайного сигнала.

Положим вначале, что полоса частот сигнала априори известна. Тогда в (3) следует полагать $\widetilde{\Omega} = \Omega_0$. Подставляя в (3) реализацию наблюдаемых данных (1) и выполняя усреднение, получаем для условных смещения (систематической ошибки) и рассеяния (среднего квадрата ошибки) оценки (3) выражения:

$$b(\widetilde{D}|D_0) = \left\langle \widetilde{D} - D_0 \right\rangle = D_0 q_\gamma k_0 \Delta / \{q_s [k_0(\Delta+1)-1]\}, \tag{6}$$

$$V(\widetilde{D}|D_0) = \left\langle (\widetilde{D}-D_0)^2 \right\rangle = b^2(\widetilde{D}|D_0) + \frac{D_0^2}{\mu[k_0(\Delta+1)-1]q_s^2} \times$$
$$\times \left\{ [k_0(\Delta+1)-1](1+q_\gamma+q_s)^2 + (1+q_\gamma)^2 \right\} - \frac{D_0^2 q_\gamma (q_\gamma+2) k_0 \Delta}{\mu[k_0(\Delta+1)-1]^2 q_s^2}. \tag{7}$$

Здесь $\Delta = \max(0, \delta)$, $\delta = (\omega_m - \varphi_0)/\varphi_0$ — относительное отклонение полосы пропускания преселектора приемного устройства от истинного значения полосы частот помехи, $k_0 = \varphi_0 / \Omega_0$, $q_\gamma = \gamma_0 / N_0$ — отношение интенсивности помехи к интенсивности белого шума, $q_s = 4\pi D_0 / \Omega_0 N_0$ — отношение средней мощности случайного сигнала к средней мощности белого шума в полосе частот сигнала. Следует отметить, что если полоса частот помехи априори известна, то полосу пропускания преселектора можно выбрать такой, что $\omega_m \le \varphi_0$, поэтому наличие ненулевой расстройки δ обусловлено априорным незнанием полосы частот помехи φ_0.

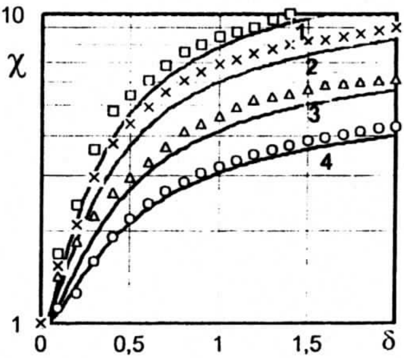

Рис. 1

Проигрыш в точности оценки дисперсии вследствие неточного знания полосы частот помехи будем характеризовать отношением $\chi = V(\widetilde{D}|D_0, \delta) / V_0(\widetilde{D}|D_0)$, где $V_0(\widetilde{D}|D_0) = V(\widetilde{D}|D_0, \delta = 0)$ — рассеяние оценки дисперсии при априори точно известном значении полосы частот помехи [2].

Зависимость $\chi(\delta)$ для $\mu = 100$, $k_0 = 4$ и различных значений q_γ, q_s приведена на рис. 1. Кривая *1* рассчитана для $q_\gamma = 2$, $q_s = 1$; *2* — $q_\gamma = 2$, $q_s = 2$; *3* — $q_\gamma = 1$, $q_s = 1$ и *4* — $q_\gamma = 1$, $q_s = 2$. Как следует из рис. 1, априорное незнание полосы частот помехи может привести к значительному снижению точности оценки дисперсии (3). Однако, проигрыш в точности оценки убывает с ростом интенсивности сигнала и уменьшением мощности помехи.

Далее рассмотрим случай, когда полоса частот сигнала Ω_0 априори неизвестна и найдем характеристики ее оценки (4). Для этого перепишем функционал (5) в виде

$$\widetilde{L}(\Omega) = T\{\omega_m L_1(\omega_m) - \Omega \ln L_2(\Omega) - (\omega_m - \Omega)\ln L_3(\Omega, \omega_m)\} / 4\pi, \tag{8}$$

где

$$L_1(\varphi) = \frac{4}{\omega_m N_0}\int_0^{\varphi/2} S_T(\omega)d\omega - \frac{\varphi}{\omega_m},\ L_2(\Omega) = \frac{4}{\Omega N_0}\int_0^{\Omega/2} S_T(\omega)d\omega,$$

$$L_3(\Omega, \varphi) = \frac{4}{(\varphi - \Omega)N_0}\int_{\Omega/2}^{\varphi/2} S_T(\omega)d\omega \tag{9}$$

Функцию $L_1(\varphi)$ представим в виде суммы сигнальной и шумовой функции [5]:

$$L_1(\varphi) = S_1(\varphi) + \varepsilon N_1(\varphi),\ \varepsilon = 1/\sqrt{\mu},$$

$$S_1(\varphi) = q_s / [k_0(\Delta+1)] + q_\gamma \min(\varphi, \varphi_0)/\omega_m,\ N_1(\varphi) = \sqrt{\mu}\left[L_1(\varphi) - S_1(\varphi)\right].$$

Нормированная шумовая функция $N_1(\varphi)$ обладает нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией

$$K_{11}(\varphi_1, \varphi_2) = \langle N_1(\varphi_1)N_1(\varphi_2)\rangle = \left\{\left[q_s^2 + 2q_s(1+q_\gamma)\right] / \left[k_0(\Delta+1)\right] + \right.$$

$$\left. + (q_\gamma^2 + 2q_\gamma)\min(\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2)/\omega_m + \min(\varphi_1, \varphi_2)/\omega_m\right\} / \left[k_0(\Delta+1)\right]. \tag{10}$$

Аналогично функцию $L_2(\Omega)$ представим в виде суммы сигнальной и шумовой функции:

$$L_2(\Omega) = S_2(\Omega) + \varepsilon N_2(\Omega),\ S_2(\Omega) = 1 + q_\gamma + q_s \min(\Omega, \Omega_0)/\Omega,$$

$$N_2(\Omega) = \sqrt{\mu}\left[L_2(\Omega) - S_2(\Omega)\right].$$

Нормированная шумовая функция $N_2(\Omega)$ обладает нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией

$$K_{22}(\Omega_1, \Omega_2) = \langle N_2(\Omega_1)N_2(\Omega_2)\rangle =$$

$$= \frac{\Omega_0}{\Omega_1\Omega_2}\left\{\left[q_s^2 + 2q_s(1+q_\gamma)\right]\min(\Omega_0, \Omega_1, \Omega_2) + (1+q_\gamma)^2 \min(\Omega_1, \Omega_2)\right\}. \tag{11}$$

Функцию $L_3(\Omega, \varphi)$ также представим в виде суммы сигнальной и шумовой функции:

$$L_3(\Omega, \varphi) = S_3(\Omega, \varphi) + \varepsilon N_3(\Omega, \varphi),$$

$$S_3(\Omega,\varphi) = 1 + q_\gamma \min\left[1, (\varphi_0 - \Omega)/(\varphi - \Omega)\right] + q_s \max\left[0, (\Omega_0 - \Omega)/(\varphi - \Omega)\right]$$

$$N_3(\Omega,\varphi) = \sqrt{\mu}\left[L_3(\Omega,\varphi) - S_3(\Omega,\varphi)\right].$$

Нормированная шумовая функция $N_3(\Omega,\varphi)$ обладает нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией

$$K_{33}(\Omega_1,\Omega_2,\varphi_1,\varphi_2) = \langle N_3(\Omega_1,\varphi_1) N_3(\Omega_2,\varphi_2)\rangle =$$

$$= \frac{\Omega_0}{(\varphi_1 - \Omega_1)(\varphi_2 - \Omega_2)}\left\{\left[q_s^2 + 2q_s(1+q_\gamma)\right]\times\right.$$

$$\times\left[\max(\Omega_0,\Omega_1,\Omega_2) - \max(\Omega_1,\Omega_2)\right] + (q_\gamma^2 + 2q_\gamma)[\min(\varphi_0,\varphi_1,\varphi_2) -$$

$$\left. - \max(\Omega_1,\Omega_2)] + \min(\varphi_1,\varphi_2) - \max(\Omega_1,\Omega_2)\right\}. \qquad (12)$$

Подставив полученные выражения в (8), запишем $\widetilde{L}(\Omega)$ как функцию параметра ε:

$$\widetilde{L}(\Omega) = \frac{T}{4\pi}\left\{\omega_m S_1(\omega_m) + \varepsilon\omega_m N_1(\omega_m) - \Omega\ln\left[S_2(\Omega) + \varepsilon N_2(\Omega)\right] - (\omega_m - \Omega)\times\right.$$

$$\left.\times\ln\left[S_3(\Omega,\omega_m) + \varepsilon N_3(\Omega,\omega_m)\right]\right\}. \qquad (13)$$

Из (10)—(12) имеем, что дисперсии шумовых функций $K_{11}(\omega_m,\omega_m)$, $K_{22}(\Omega_0,\Omega_0)$ и $K_{33}(\Omega_0,\Omega_0,\omega_m,\omega_m)$ ограничены при любых значениях $k_0 > 1$, $q_\gamma > 0$ и $q_s > 0$. Учитывая также, что в силу условия (2) $\varepsilon << 1$, разложим (13) в ряд Маклорена по ε до первого члена разложения, зависящего от реализации наблюдаемых данных. Тогда (8) можно представить в виде

$$\widetilde{L}(\Omega) = \widetilde{S}(\Omega) + \widetilde{N}(\Omega), \qquad (14)$$

$$\widetilde{S}(\Omega) = T\left\{\omega_m S_1(\omega_m) - \Omega\ln S_2(\Omega) - (\omega_m - \Omega)\ln S_3(\Omega,\omega_m)\right\}/4\pi, \qquad (15)$$

$$\widetilde{N}(\Omega) = \varepsilon T\left\{\omega_m N_1(\omega_m) - \Omega N_2(\Omega)/S_2(\Omega) - (\omega_m - \Omega)\times\right.$$

$$\left.\times N_3(\Omega,\omega_m)/S_3(\Omega,\omega_m)\right\}/4\pi.$$

Для того, чтобы сигнальная функция (15) достигала максимума при $\Omega = \Omega_0$ и оценка (4) была состоятельна, когда $\mu \to \infty$, необходимо, чтобы в малой окрестности Ω_0 выполнялись условия

$$d\widetilde{S}(\Omega)/d\Omega|_{\Omega<\Omega_0} > 0\ ,\ d\widetilde{S}(\Omega)/d\Omega|_{\Omega>\Omega_0} < 0.. \qquad (16)$$

Отсюда следует, что для каждой величины полосы частот пропускания преселектора ω_m существует значение полосы частот помехи $\varphi^* > \Omega_0$ такое, что при $\varphi_0 > \varphi^*$ алгоритм (4) работоспособен, т. е. оценка состоятельна, а при

$\varphi_0 < \varphi^*$ — не работоспособен. Нормированная величина $k^* = \varphi^* / \Omega_0$ определяется из равенства

$$\frac{q_s}{1+q_\gamma+q_s}+\frac{q_\gamma k^* \Delta}{(1+q_\gamma)(k^*-1)+k^*\Delta}=\ln\left[\frac{(k^*-1+k^*\Delta)(1+q_\gamma+q_s)}{(1+q_\gamma)(k^*-1)+k^*\Delta}\right].$$

На рис. 2 приведена зависимость $k^*(\delta)$ для значения параметра $q_\gamma = 1$ и различных значений q_s. Кривая *1* рассчитана для $q_s = 0.5$; *2* — для $q_s = 1$ и *3* — для $q_s = 2$. Каждая кривая делит область возможных значений полосы частот помехи φ_0 и полосы пропускания преселектора ω_m на две подобласти. Если точка, соответствующая некоторым заданным значениям параметров k_0 и δ лежит выше кривой $k^*(\delta)$, то алгоритм оценки (4) является работоспособным. Как следует из рис. 2, область работоспособности алгоритма оценки полосы частот увеличивается с ростом интенсивности сигнала.

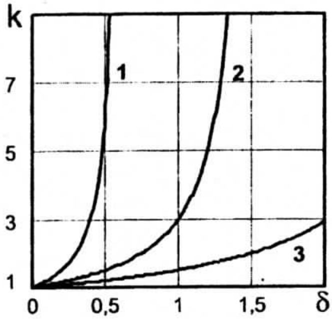

Рис. 2

В дальнейшем будем рассматривать случай, когда необходимое условие работоспособности $k_0 > k^*$ выполняется и сигнальная функция достигает максимума в точке истинного значения оцениваемого параметра. Тогда выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) можем записать как

$$\tilde{z}^2 = \frac{\tilde{S}^2(\Omega_0)}{\left\langle \tilde{N}^2(\Omega_0) \right\rangle} = \tag{17}$$

$$=\mu\frac{\left\{q_s+q_\gamma k_0-\ln(1+q_\gamma+q_s)-[k_0(\Delta+1)-1]\ln\left[\frac{(1+q_\gamma)(k_0-1)+k_0\Delta}{k_0(\Delta+1)-1}\right]\right\}^2}{(q_\gamma+q_s)^2+[(1+q_\gamma)^2(k_0-1)+k_0\Delta]q_\gamma^2(k_0-1)^2/[(1+q_\gamma)(k_0-1)+k_0\Delta]^2}.$$

Из (17) следует, что при $q_s > 0$, $q_\gamma > 0$, $k_0 > 1$ и $\mu \to \infty$, ОСШ $\tilde{z} \to \infty$. Если $\tilde{z} \to \infty$ и выполняются условия (16), то оценка $\tilde{\Omega} \to \Omega_0$ в среднеквадратическом. Поэтому при больших ОСШ $\tilde{z}$ (17) для получения характеристик оценки (4) достаточно исследовать поведение случайного процесса $\tilde{L}(\Omega)$ (8) в малой окрестности Ω_0. Можно показать, что в этой окрестности процесс (8) является асимптотически гауссовским марковским процессом диффузионного типа [7], что позволяет применить метод локально- марковской аппроксимации [6]. Согласно (10)—(13), коэффициенты сноса K_1 и диффузии K_2 процесса (8) имеют вид:

$$K_1 = \frac{T}{4\pi}\begin{cases} a_1, & \Omega < \Omega_0 \\ -a_2, \Omega > \Omega_0 \end{cases}, \qquad K_2 = \frac{T}{4\pi}\begin{cases} b_1, \Omega < \Omega_0 \\ b_2, \Omega > \Omega_0 \end{cases}, \tag{18}$$

где

$$a_1 = \frac{T}{4\pi}\left[\psi - \ln(1+\psi)\right], \; a_2 = \frac{T}{4\pi}\left[\ln(1+\psi) - \frac{\psi}{1+q}\right], b_2 = \frac{T}{4\pi}\left[\frac{\psi}{1+q}\right]^2,$$

$$\psi = \left[q_s(k_0 - 1) + (q_\gamma + q_s)k_0\Delta\right] / \left[(1+q_\gamma)(k_0 - 1) + k_0\Delta\right]. \tag{19}$$

В выражениях (19) введен параметр $q = q_s / (1+q_\gamma) = 4\pi D_0 / \Omega_0(\gamma_0 + N_0)$, который характеризует отношение средней мощности случайного сигнала к суммарной средней мощности помехи и белого шума в полосе частот сигнала.

Используя метод локально-марковской аппроксимации и решая уравнение Фоккера—Планка—Колмогорова [7] с коэффициентами (18) при соответствующих начальных и граничных условиях [6], находим функцию распределения оценки (4):

$$F(\omega) = P[\widetilde{\Omega} < \omega] = \begin{cases} U[-z_1^2(\omega - \Omega_0), \eta_1, \eta_2, f], \Omega_{\min} \le \omega < \Omega_0 \\ 1 - U[z_2^2(\omega - \Omega_0), \eta_2, \eta_1, 1/f], \Omega_0 \le \omega \le \Omega_{\max} \end{cases}. \tag{20}$$

Здесь

$$z_1^2 = a_1^2 / b_1, \; z_2^2 = a_2^2 / b_2, \; \eta_1 = z_1^2(\Omega_0 - \Omega_{\min}),$$

$$\eta_2 = z_2^2(\Omega_{\max} - \Omega_0), \; f = a_2 b_1 / a_1 b_2,$$

$$U(\mu, \eta_1, \eta_2, f) = \frac{2\exp(-\mu/2)}{\sqrt{2\pi\mu}} \times$$

$$\times \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi(\eta_1 - \mu)}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta_1 - \mu + u}{\sqrt{\eta_1 - \mu}}\right)^2\right] + \exp(-2u)\Phi\left[\frac{\eta_1 - \mu - u}{\sqrt{\eta_1 - \mu}}\right]\right\} \times$$

$$\times \exp[-(\xi - u)]\left\{\exp\left[-\frac{(\xi - u)^2}{2\mu}\right] - \exp\left[-\frac{(\xi + u)^2}{2\mu}\right]\right\} \times$$

$$\times \left\{\Phi\left[\frac{\eta_2 + f\xi}{\sqrt{\eta_2}}\right] - \exp(-2f\xi)\Phi\left[\frac{\eta_2 - f\xi}{\sqrt{\eta_2}}\right]\right\} \mathrm{d}u\,\mathrm{d}\xi,$$

$\Phi(x)=\int\limits_{-\infty}^{x}\exp(-u^2/2)\mathrm{d}u/\sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности.

С помощью аппроксимации (20) получаем выражения для смещения и рассеяния оценки полосы частот (4):

$$b(\widetilde{\Omega}|\Omega_0)=\left\langle\widetilde{\Omega}-\Omega_0\right\rangle=\frac{1}{z_2^2}\int\limits_0^{\eta_2}U(\mu,\eta_2,\eta_1,1/f)\mathrm{d}\mu-\frac{1}{z_1^2}\int\limits_{-\eta_1}^{0}U(-\mu,\eta_1,\eta_2,f)\mathrm{d}\mu+$$

$$+(\Omega_0-\Omega_{\min})U(\eta_1,\eta_1,\eta_2,f)-(\Omega_{\max}-\Omega_0)U(\eta_2,\eta_2,\eta_1,1/f), \qquad (21)$$

$$V(\widetilde{\Omega}|\Omega_0)=\left\langle(\widetilde{\Omega}-\Omega_0)^2\right\rangle=\frac{2}{z_2^4}\int\limits_0^{\eta_2}\mu U(\mu,\eta_2,\eta_1,1/f)\mathrm{d}\mu-\frac{2}{z_1^4}\int\limits_{-\eta_1}^{0}\mu U(-\mu,\eta_1,\eta_2,f)\mathrm{d}\mu-$$

$$-(\Omega_0-\Omega_{\min})^2U(\eta_1,\eta_1,\eta_2,f)-(\Omega_{\max}-\Omega_0)^2U(\eta_2,\eta_2,\eta_1,1/f). \qquad (22)$$

Эти выражения существенно упрощаются в случае $z_{1,2}\to\infty$ или $z_{1,2}\to 0$. Так, при $z_{1,2}\to\infty$, находим

$$b_\infty(\widetilde{\Omega}|\Omega_0)=\frac{z_1^2(1+2f)-z_2^2f(2+f)}{2z_1^2z_2^2(1+f)^2},$$

$$V_\infty(\widetilde{\Omega}|\Omega_0)=\frac{z_1^4(2+6f+5f^2)+z_2^4f(5+6f+2f^2)}{2z_1^4z_2^4(1+f)^3}. \qquad (23)$$

При $z_{1,2}\to 0$ и выполнении условия (2) процесс $\widetilde{L}(\Omega)$ (8) является асимптотически винеровским. Тогда, используя результаты [6], получаем смещение и рассеяние оценки (4) в следующем виде:

$$b_0(\widetilde{\Omega}|\Omega_0)=(\Omega_{\min}+\Omega_{\max})/2-\Omega_0,$$
$$V_0(\widetilde{\Omega}|\Omega_0)=b_0^2(\widetilde{\Omega}|\Omega_0)+(\Omega_{\max}-\Omega_{\min})^2/8.$$

Таким образом, результирующее асимптотическое выражение для условного рассеяния оценки полосы частот может быть записано как

$$\hat{V}(\widetilde{\Omega}|\Omega_0)=\min\left[V_0(\widetilde{\Omega}|\Omega_0),V_\infty(\widetilde{\Omega}|\Omega_0)\right]. \qquad (24)$$

Зададим границы априорного интервала полосы частот сигнала в виде $\Omega_{\min}=\Omega_0(1-\lambda_1)$, $\Omega_{\max}=\Omega_0(1+\lambda_2)$, $0\le\lambda_1\le 1$, $\lambda_2\ge 0$. На рис. 3 приведены зависимости нормированного рассеяния оценки полосы частот сигнала (4) $\rho_\Omega=\left\langle(\widetilde{\Omega}-\Omega_0)^2\right\rangle/\Omega_0^2$ от параметра q_s при условии, что полоса частот помехи φ_0 априори известна или превышает полосу пропускания преселектора ($\Delta=0$). Кривые *1* и *3* построены по асимптотической формуле (24), тогда как кривые *2* и *4* построены с использованием выражения (22). Кривым *1* и *2* соответствуют значения параметров $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, а кривым *3* и *4* соответствуют $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.5$. Для всех кривых на рис. 3 $\mu = 100$, $k_0 = 4$, $q_\gamma = 1$.

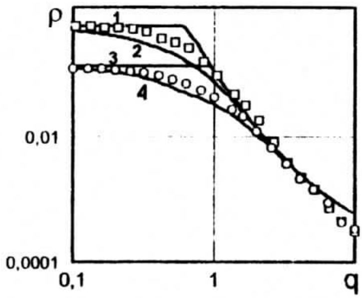

Рис. 3

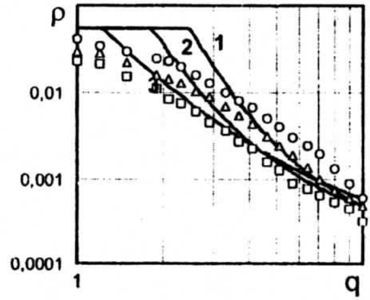

Рис. 4

На рис. 4 приведены зависимости нормированного рассеяния ρ_Ω от параметра q_s, рассчитанные по асимптотической формуле (24) для различных значений относительных отклонений полосы пропускания преселектора от полосы частот помехи δ. Кривой *1* соответствует $\delta = 1$, *2* — $\delta = 0{,}5$, *3* — $\delta = 0$. Для всех кривых значения параметров $q_\gamma = 1$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 0{,}3$, $k_0 = 4$ и $\mu = 100$. Как следует из рис. 4, при не очень большой мощности случайного сигнала $s(t)$ превышение полосы пропускания преселектора над полосой частот помехи может привести к снижению точности оценки полосы частот сигнала (4). Действительно, кривая *3* соответствует относительному рассеянию оценки (4) при $\varphi_0 \geq \omega_m$ и отклонение от нее кривых *1* и *2* характеризует проигрыш в точности оценки полосы частот сигнала из-за наличия положительной ненулевой расстройки δ. Причем проигрыш в точности оценки возрастает с ростом δ.

Рассмотрим теперь характеристики оценки дисперсии $\widetilde{D}$ (3) при условии, что оценка полосы частот сигнала $\widetilde{\Omega}$ определяется согласно (4). Из (7) следует, что при $\widetilde{\Omega} = \Omega_0$ и $\mu \gg 1$ рассеяние оценки (3) имеет порядок малости μ^{-1} для всех δ, включая значение $\delta = 0$. В то же время рассеяние оценки (4) в соответствии с асимптотическими формулами (23), (24) имеет порядок малости μ^{-2}. Отсюда следует, что характеристики оценки дисперсии (3) при $\mu \to \infty$ асимптотически совпадают с характеристиками, найденными при известном значении Ω_0 т. е. определяются выражениями (6) и (7). Следовательно, кривые на рис. 1 характеризуют проигрыш в точности оценки дисперсии случайного сигнала (3) из-за незнания полосы частот помехи φ_0.

Для уменьшения проигрыша в точности оценки дисперсии и полосы частот случайного сигнала целесообразно производить оценивание неизвестной полосы частот помехи по методу максимального правдоподобия [1, 5, 6] и, в соответствие с полученной оценкой, выбирать полосу пропускания преселектора. Согласно [1, 5], при выполнении условия (2) логарифм функционала отношения правдоподобия $F(D,\gamma,\Omega,\varphi)$ как функция неизвестных параметров D, γ, Ω и φ имеет вид

$$F(D,\gamma,\Omega,\varphi)=\frac{T(\gamma+d)}{\pi N_0(\gamma+d+N_0)}\int_0^{\Omega/2} S_T(\omega)d\omega+\frac{T\gamma}{\pi N_0(\gamma+N_0)}\int_{\Omega/2}^{\varphi/2} S_T(\omega)d\omega-$$

$$-\frac{T}{4\pi}\left[\Omega\ln\left(1+\frac{\gamma+d}{N_0}\right)+(\varphi-\Omega)\ln\left(1+\frac{\gamma}{N_0}\right)\right], \qquad (25)$$

где $d=4\pi D/\Omega$. Из (25) можно получить совместные ОМП дисперсии D_m, полосы частот Ω_m случайного сигнала $s(t)$ и полосы частот φ_m помехи $\xi(t)$

$$(D_m,\Omega_m,\varphi_m)=\arg\sup M(D,\Omega,\varphi),\ \Omega\in[\Omega_{\min};\Omega_{\max}],\ \varphi\in[\varphi_{\min};\varphi_{\max}], \qquad (26)$$

$$M(D,\Omega,\varphi)=\sup_\gamma F(D,\gamma,\Omega,\varphi). \qquad (27)$$

В результате, подставляя (25) в (26), (27), находим ОМП дисперсии, полосы частот сигнала и полосы частот помехи:

$$D_m=\frac{1}{\pi}\left[\int_0^{\varphi_m/2} S_T(\omega)d\omega-\frac{1}{\varphi_m/\Omega_m-1}\int_{\Omega_m/2}^{\varphi_m/2} S_T(\omega)d\omega\right], \qquad (28)$$

$$(\Omega_m,\varphi_m)=\arg\sup L(\Omega,\varphi),\ \Omega\in[\Omega_{\min};\Omega_{\max}],\ \varphi\in[\varphi_{\min};\varphi_{\max}], \qquad (29)$$

$$L(\Omega,\varphi)=\frac{T}{\pi N_0}\int_0^{\varphi/2} S_T(\omega)d\omega-\frac{T\varphi}{4\pi}-\frac{T\Omega}{4\pi}\ln\frac{4}{\Omega N_0}\int_0^{\Omega/2} S_T(\omega)d\omega-$$

$$-\frac{T(\varphi-\Omega)}{4\pi}\ln\frac{4}{(\varphi-\Omega)N_0}\int_{\Omega/2}^{\varphi/2} S_T(\omega)d\omega \qquad (30)$$

Определим характеристики ОМП полосы частот сигнала и помехи (29). Для этого представим (30) в виде

$$L(\Omega,\varphi)=T\{\omega_m L_1(\varphi)-\Omega\ln L_2(\Omega)-(\varphi-\Omega)\ln L_3(\Omega,\varphi)\}/4\pi, \qquad (31)$$

где функции $L_1(\varphi)$, $L_2(\Omega)$ и $L_3(\Omega,\varphi)$ определяются из (9).

Используя полученные ранее выражения для сигнальных и корреляционных функций шумовых функций (10)—(12), запишем $L(\Omega,\varphi)$ (31) как функцию параметра ε:

$$L(\Omega,\varphi)=T\{\omega_m S_1(\varphi)+\varepsilon\omega_m N_1(\varphi)-\Omega\ln[S_2(\Omega)+\varepsilon N_2(\Omega)]-(\varphi-\Omega)\times$$

$$\times \ln\left[S_3(\Omega,\varphi)+\varepsilon N_3(\Omega,\varphi)\right]\Big\}/4\pi. \tag{32}$$

Из (10)—(12) имеем, что дисперсии шумовых функций $K_{11}(\varphi_0,\varphi_0)$, $K_{22}(\Omega_0,\Omega_0)$ и $K_{33}(\Omega_0,\Omega_0,\varphi_0,\varphi_0)$ ограничены при любых значениях $k_0>1$, $q_\gamma>0$ и $q_s>0$. Учитывая также, что в силу условия (2) $\varepsilon \ll 1$, разложим (32) в ряд Маклорена по ε до первого члена разложения, зависящего от реализации наблюдаемых данных. Тогда функция (32) может быть записана как

$$L(\Omega,\varphi)=S(\Omega,\varphi)+N(\Omega,\varphi),$$

$$S(\Omega,\varphi)=T\left\{\omega_m S_1(\varphi)-\Omega\ln S_2(\Omega)-(\varphi-\Omega)\ln S_3(\Omega,\varphi)\right\}/4\pi, \tag{33}$$

$$N(\Omega,\varphi)=\varepsilon T\left\{\omega_m N_1(\varphi)-\Omega N_2(\Omega)/S_2(\Omega)-(\varphi-\Omega)N_3(\Omega,\varphi)/S_3(\Omega,\varphi)\right\}/4\pi.$$

Согласно (33) сигнальная функция $S(\Omega,\varphi)$ всегда достигает наибольшего максимума в точке (Ω_0,φ_0). Значит выходное ОСШ [5] $z^2=S^2(\Omega_0,\varphi_0)/\left\langle N^2(\Omega_0,\varphi_0)\right\rangle$ определяется из выражения (17) при $\Delta=0$. Следовательно, при $q_s>0$, $q_\gamma>0$, $k_0>1$ и $\mu\to\infty$, ОСШ $z\to\infty$. При $z\to\infty$, оценки $\Omega_m\to\Omega_0$, $\varphi_m\to\varphi_0$ в среднеквадратическом. Поэтому при больших ОСШ z для получения характеристик оценок (29) достаточно исследовать поведение случайного поля $L(\Omega,\varphi)$ (31) в малой окрестности точки (Ω_0,φ_0).

Обозначим

$$\nu=\max\left\{|\Omega-\Omega_0|,|\Omega_1-\Omega_0|,|\Omega_2-\Omega_0|,|\varphi-\varphi_0|,|\varphi_1-\varphi_0|,|\varphi_2-\varphi_0|\right\}/\Omega_0.$$

Можно показать, что при $\nu\to 0$ сигнальная и корреляционная функции шумовой функции $B_N(\Omega_1,\Omega_2,\varphi_1,\varphi_2)=\left\langle N(\Omega_1,\varphi_1)N(\Omega_2,\varphi_2)\right\rangle$ допускают аппроксимации:

$$S(\Omega,\varphi)=S_\Omega(\Omega)+S_\varphi(\varphi)-S(\Omega_0,\varphi_0),$$

$$B_N(\Omega_1,\Omega_2,\varphi_1,\varphi_2)=B_\Omega(\Omega_1,\Omega_2)+B_\varphi(\varphi_1,\varphi_2)-B_N(\Omega_0,\Omega_0,\varphi_0,\varphi_0),$$

где $S_\Omega(\Omega)=S(\Omega,\varphi_0)$, $S_\varphi(\varphi)=S(\Omega_0,\varphi)$, $B_\Omega(\Omega_1,\Omega_2)=B_N(\Omega_1,\Omega_2,\varphi_0,\varphi_0)$ и $B_\varphi(\varphi_1,\varphi_2)=B_N(\Omega_0,\Omega_0,\varphi_1,\varphi_2)$.

Тогда при $\nu\to 0$ и $\mu\to\infty$ функционал $L(\Omega,\varphi)$ (30) с учетом его асимптотически гауссовского характера определяется выражением

$$L(\Omega,\varphi)=L_\Omega(\Omega)+L_\varphi(\varphi)-l_0, \tag{34}$$

где $L_\Omega(\Omega)=L(\Omega,\varphi_0)$, $L_\varphi(\varphi)=L(\Omega_0,\varphi)$, а l_0 — гауссовская случайная величина с математическим ожиданием $S(\Omega_0,\varphi_0)$ и дисперсией $B_N(\Omega_0,\Omega_0,\varphi_0,\varphi_0)$, причем $L_\Omega(\Omega)$, $L_\varphi(\varphi)$ и l_0 взаимно статистически независимы. Согласно (34) оценки (29) можно представить в виде

$$\Omega_m=\arg\sup L_\Omega(\Omega),\ \Omega\in[\Omega_{\min};\Omega_{\max}], \tag{35}$$

$$\varphi_m=\arg\sup L_\varphi(\varphi),\ \varphi\in[\varphi_{\min};\varphi_{\max}], \tag{36}$$

причем в силу статистической независимости случайных процессов $L_\Omega(\Omega)$ и $L_\varphi(\varphi)$, оценки (35) и (36) статистически независимы.

Из сопоставления алгоритмов оценки полосы частот случайного сигнала (35) и (4) видно, что $L_\Omega(\Omega)=\widetilde{L}(\Omega)|_{\omega_m=\varphi_0}$. Следовательно, характеристики оценки Ω_m (29) асимптотически с увеличением времени наблюдения совпадают с характеристиками оценки $\widetilde{\Omega}$ (4) при априори известном значении полосы частот помехи, т.е. определяются выражениями (21)—(24) при $\delta=0$. Тогда кривая *3* на рис. 4 характеризует нормированное рассеяние оценки (29). Как следует из рис. 4, точность совместной оценки полосы частот сигнала и помехи (29) может существенно превышать точность квазиправдоподобной оценки (4) при $\delta>0$.

Аналогично [6] можно показать, что случайный процесс $L_\varphi(\varphi)$ с увеличением времени наблюдения в малой окрестности точки φ_0 является асимптотически гауссовским марковским процессом диффузионного типа [7]. Коэффициенты сноса и диффузии для него запишутся как

$$K_{1\varphi}=\frac{T}{4\pi}\begin{cases}a_{1\varphi}, & \varphi<\varphi_0\\ -a_{2\varphi}, & \varphi>\varphi_0\end{cases},\qquad K_{2\varphi}=\frac{T}{4\pi}\begin{cases}b_{1\varphi}, & \varphi<\varphi_0\\ b_{2\varphi}, & \varphi>\varphi_0\end{cases},$$

где $a_{1\varphi}=\frac{T}{4\pi}\left[q_\gamma-\ln(1+q_\gamma)\right]$, $a_{2\varphi}=\frac{T}{4\pi}\left[\ln(1+q_\gamma)-\frac{q_\gamma}{1+q_\gamma}\right]$, $b_{1\varphi}=\frac{T}{4\pi}q_\gamma^2$,

$$b_{2\varphi}=\frac{T}{4\pi}\frac{q_\gamma^2}{(1+q_\gamma)^2}.$$

Опять применяя метод локально- марковской аппроксимации [6], получаем, что характеристики оценки полосы частот помехи φ_m определяются из формул (21)—(24) при значениях параметров $z_1^2=a_{1\varphi}^2/b_{1\varphi}$, $z_2^2=a_{2\varphi}^2/b_{2\varphi}$, $\eta_1=z_1^2(\varphi_0-\varphi_{\min})$, $\eta_2=z_2^2(\varphi_{\max}-\varphi_0)$, $f=a_{2\varphi}b_{1\varphi}/a_{1\varphi}b_{2\varphi}$ и при замене значений $\Omega_{\min}$ на $\varphi_{\min}$, $\Omega_{\max}$ на $\varphi_{\max}$.

Зададим границы априорного интервала полосы частот помехи в виде $\varphi_{\min}=\varphi_0(1-\theta_1)$, $\varphi_{\max}=\varphi_0(1+\theta_2)$, $0\le\theta_1\le 1$, $\theta_2\ge 0$.

На рис. 5 приведены зависимости нормированного рассеяния оценки полосы частот помехи (29) $\rho_\varphi=\left\langle(\varphi_m-\varphi_0)^2\right\rangle/\varphi_0^2$ от параметра q_γ для значений параметров $\theta_1=\theta_2=0{,}1$, $k_0=2$ и $\mu=100$. Кривая *1* рассчитана по асимптотической формуле (24), а кривая *2* построена с использованием более точной формулы (22). Отметим, что характеристики оценки полосы частот помехи асимптотически не зависят от мощности сигнала $s(t)$, а определяются только временем наблюдения, априорным интервалом ее возможных значений и отношением интенсивностей помехи $\xi(t)$ и белого шума $n(t)$.

Рассмотрим теперь характеристики оценки дисперсии (28). Из (6), (7) следует, что при $\Omega_m = \Omega_0$, $\varphi_m = \varphi_0$ и $\mu >> 1$ рассеяние оценки (28) имеет порядок малости μ^{-1}. В то же время, согласно (23), рассеяния оценок (29) имеют порядок малости μ^{-2}. Отсюда, повторяя приведенные выше рассуждения, получаем, что характеристики оценки (28) при $\mu \to \infty$ асимптотически совпадают с характеристиками оценки (3), найденными при известных значениях полос частот сигнала Ω_0 и помехи φ_0, т. е. определяются из выражений (6) и (7), когда $\Delta = 0$. Следовательно, кривые на рис. 1 характеризуют выигрыш в точности совместной ОМП дисперсии, полосы частот случайного сигнала и полосы частот помехи (28) и (29) по сравнению с квазиправдоподобной оценкой дисперсии (3) при $\varphi_0 < \omega_m$.

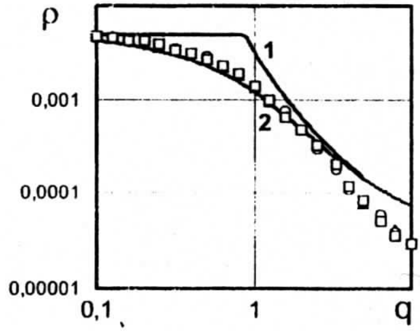

Рис. 5

Для проверки работоспособности рассмотренных алгоритмов оценки (3), (4) и (28), (29) было проведено статистическое моделирование. Моделирование проводилось в частотной области и полагалось, что реализация наблюдаемых данных $x(t)$ доступна обработке в течение интервала наблюдения $[-T/2; T/2]$. Для формирования функционала (31) на ЭВМ был использован нормированный аргумент $\widetilde{\omega} = \omega / \Omega_0$. Обозначим $\alpha = \Omega / \Omega_0$ — нормированная полоса частот сигнала $\alpha \in [\alpha_{\min}; \alpha_{\max}]$, $\kappa = \varphi / \Omega_0$ — нормированная полоса частот помехи, $\kappa \in [\kappa_{\min}; \kappa_{\max}]$ и $X(\omega) = \int\limits_{-T/2}^{T/2} x(t)\exp(-j\omega t)\mathrm{d}t$ — спектр реализации $x(t)$. Положим, что $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, так что $\alpha_{\min} = 1 - \lambda$, $\alpha_{\max} = 1 + \lambda$, $\kappa_{\min} = k_0(1-\theta)$, $\kappa_{\max} = k_0(1+\theta)$. Тогда функции (5) и (30) перепишутся в виде

$$\widetilde{L}(\alpha) = \mu\left[L_1(\widetilde{\omega}_m) - \alpha \ln L_2(\alpha) - (\widetilde{\omega}_m - \alpha)\ln L_3(\alpha, \widetilde{\omega}_m)\right], \tag{37}$$

$$L(\alpha, \kappa) = \mu\left[L_1(\kappa) - \alpha \ln L_2(\alpha) - (\kappa - \alpha)\ln L_3(\alpha, \kappa)\right], \tag{38}$$

где

$$\widetilde{\omega}_m = \omega_m / \Omega_0,$$

$$L_1(\kappa) = \int\limits_0^{\kappa/2} \left|\widetilde{X}(\widetilde{\omega})\right|^2 \mathrm{d}\widetilde{\omega} - \kappa,\ L_2(\alpha) = \frac{1}{\alpha}\int\limits_0^{\alpha/2} \left|\widetilde{X}(\widetilde{\omega})\right|^2 \mathrm{d}\widetilde{\omega},$$

$$L_3(\alpha, \kappa) = \frac{1}{\kappa - \alpha}\int\limits_{\alpha/2}^{\kappa/2} \left|\widetilde{X}(\widetilde{\omega})\right|^2 \mathrm{d}\widetilde{\omega}, \tag{39}$$

$\widetilde{X}(\widetilde{\omega})=2\sqrt{q_s}X(\widetilde{\omega}\Omega)/T\sqrt{D_0}$ — нормированный спектр реализации $x(t)$. Соответственно алгоритмы оценки полосы частот сигнала (4) и совместной оценки полосы частот сигнала и помехи (29) могут быть представлены как

$$\widetilde{\alpha}=\arg\sup\widetilde{L}(\alpha),\ \alpha\in[\alpha_{\min};\alpha_{\max}], \tag{40}$$

$$(\alpha_m,\kappa_m)=\arg\sup L(\alpha,\kappa),\ \ \alpha\in[\alpha_{\min};\alpha_{\max}],\ \kappa\in[\kappa_{\min};\kappa_{\max}]. \tag{41}$$

Для моделирования алгоритмов оценки необходимо формировать реализации случайного процесса $\widetilde{X}(\widetilde{\omega})$ и на их основе вырабатывать функции (39).

В процессе моделирования, аналогично [2], вырабатывались дискретные отсчеты случайного процесса $\widetilde{X}(\widetilde{\omega})$:

$$\widetilde{X}_{c,s}(\widetilde{\omega}_n)\approx\sqrt{\Delta\widetilde{\omega}}\sum_{i=-p}^{p}\sqrt{q_s\ I[(n-i)\Delta\widetilde{\omega}]+q_\gamma\ I[(n-i)\Delta\widetilde{\omega}/k_0]+1}\,h(\widetilde{\omega}_i)(x_{n-i}\pm\widetilde{x}_{n-i}), \tag{42}$$

где $\Delta\widetilde{\omega}=0{,}1/\mu$, $\widetilde{\omega}_n=n\Delta\widetilde{\omega}$, $\widetilde{X}_c(\widetilde{\omega})=\operatorname{Re}\widetilde{X}(\widetilde{\omega})$, $\widetilde{X}_s(\widetilde{\omega})=\operatorname{Im}\widetilde{X}(\widetilde{\omega})$, $h(\widetilde{\omega})=\sin(2\pi\mu\widetilde{\omega})/(2\pi\mu\widetilde{\omega})$, а x_i и $\widetilde{x}_i$ — независимые гауссовские случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями.

По сформированным согласно (42) дискретным отсчетам случайного процесса $\widetilde{X}(\widetilde{\omega})$ вычислялись аппроксимации интегралов (39)

$$L_1(\kappa)=\Delta\widetilde{\omega}\sum_{n=1}^{M}[\widetilde{X}_c^2(\widetilde{\omega}_n)+\widetilde{X}_s^2(\widetilde{\omega}_n)]-\kappa,\ L_2(\alpha)=(\Delta\widetilde{\omega}/\alpha)\sum_{n=1}^{N}[\widetilde{X}_c^2(\widetilde{\omega}_n)+\widetilde{X}_s^2(\widetilde{\omega}_n)],$$

$$L_3(\alpha,\kappa)=[\Delta\widetilde{\omega}/(\kappa-\alpha)]\sum_{n=N+1}^{M}\left[\widetilde{X}_c^2(\widetilde{\omega}_n)+\widetilde{X}_s^2(\widetilde{\omega}_n)\right],$$

где $N=\operatorname{int}(\alpha/2\Delta\widetilde{\omega})$, $M=\operatorname{int}(\kappa/2\Delta\widetilde{\omega})$, а $\operatorname{int}(\cdot)$ — целая часть числа.

В результате подстановки аппроксимаций (42) интегралов (39) в (37), (38) формировались функции $\widetilde{L}(\alpha)$ и $L(\alpha,\kappa)$. Затем, согласно (40), (41) определялась нормированная квазиправдоподобная оценка полосы частот сигнала $\widetilde{\alpha}$ и нормированные совместные ОМП полосы частот сигнала и помехи (α_m,κ_m). Для каждой сформированной в процессе моделирования реализаций (42) интегралов (39) оценки дисперсии вычислялись по формулам $\widetilde{D}=(D_0/q_s)[L_2(\widetilde{\alpha})-\widetilde{\alpha}L_3(\widetilde{\alpha},\widetilde{\omega}_m)]$ — для квазиправдоподобной оценки (3) и $D_m=(D_0/q_s)[L_2(\alpha_m)-\alpha_m L_3(\alpha_m,\kappa_m)]$ — для ОМП дисперсии (28).

Моделирование проводилось при значениях параметров $\mu=100$, $\Delta\widetilde{\omega}=10^{-3}$. Значение параметра p в (42) полагалось равным 20, так что относительное отклонение дисперсии сформированного отсчета (42) от дисперсии самого случайного процесса $\widetilde{X}(\widetilde{\omega})$ не превышало 2%. Для каждого набора параметров k_0, q_s, q_γ, λ и θ было проведено не менее 2000 циклов испытаний.

По результатам моделирования алгоритмов оценки дисперсии (3) и (28) вычислялось экспериментальное значение отношения рассеяния оценки дисперсии (3) к рассеянию совместной оценки (28). Параметры априорных интервалов значений полосы частот сигнала и помехи полагались $\lambda = 0{,}2$, $\theta = 0{,}1$. Полученные экспериментальные значения нанесены на рис. 1.

Кроме того, для определения области, в которой характеристики совместной оценки дисперсии, полосы частот сигнала и помехи (28), (29) можно аппроксимировать характеристиками оценки дисперсии случайного сигнала с априори известным значением полосы частот при наличии помехи с априори известной полосой частот, на рис. 6 приведены теоретические и экспериментальные зависимости нормированного рассеяния оценки дисперсии (28) $\beta = V(D_m|D_0)/D_0^2$ от q_s. Теоретические зависимости рассчитаны на основе аппроксимации $V(D_m|D_0) \approx V(\widetilde{D}|D_0, \Delta = 0)$, где $V(\widetilde{D}|D_0, \Delta)$ определяется выражением (7).

Зависимости, показанные на рис. 6 построены для значений параметров $\mu = 100$, $k_0 = 2$, $\lambda = 0{,}2$ и $\theta = 0{,}1$. Кривая *1* построена для $q_\gamma = 2$, *2* — для $q_\gamma = 1$. Экспериментальные значения обозначены прямоугольниками — для $q_\gamma = 2$ и окружностями — для $q_\gamma = 1$.

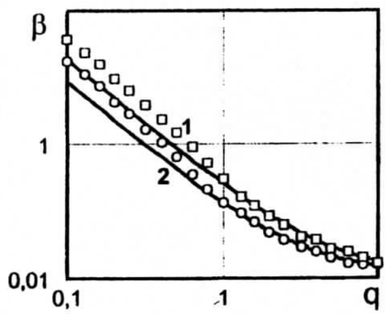

Рис. 6

На рис. 3, 4 показаны экспериментальные значения нормированного рассеяния ρ_Ω КПО (4) и ОМП (29) полосы частот сигнала. Экспериментальные значения, полученные для нормированного рассеяния совместной ОМП полосы частот сигнала и помехи (29) обозначены на рис. 4 прямоугольниками. На рис. 5 приведены экспериментальные значения нормированного рассеяния ρ_φ ОМП полосы частот помехи (29) для различных значений интенсивности сигнала. Прямоугольники соответствуют величине $q_s = 0{,}1$, треугольники — $q_s = 1$ и окружности — $q_s = 10$.

Из анализа рис. 3 и 5 видно, что формулы (21), (22) обеспечивают лучшую точность аппроксимации экспериментальных характеристик оценки полосы частот сигнала и совместной оценки полосы частот сигнала и помехи по сравнению с асимптотическими формулами (23), (24) для случая, когда значения

ОСШ не велики. Однако, с увеличением ОСШ характеристики оценок, рассчитанные по формулам (21), (22) практически совпадают с аналогичными характеристиками, рассчитанными с использованием формул (23), (24). Поэтому, при больших ОСШ использование более простых выражений (23), (24) также представляется целесообразным. Кроме того, из рис. 4 следует, что использование совместной ОМП полосы частот сигнала и помехи (29) действительно обеспечивает лучшую точность измерения полосы частот сигнала по сравнению с квазиправдоподобной оценкой (4).

Из рис. 1 и 6 видно, что в случае, когда интенсивность сигнала больше или сопоставима как с интенсивностью помехи, так и с интенсивностью белого шума, использование адаптивного алгоритма, реализующего совместную ОМП дисперсии, полосы частот случайного сигнала и полосы частот помехи (28), (29) позволяет почти полностью компенсировать потери в точности оценки дисперсии, возникающие из-за априорного незнания полосы частот помехи.

Таким образом, моделирование показало удовлетворительное согласование полученных теоретических характеристик алгоритмов оценки параметров случайного сигнала (3), (4) и (28), (29) с экспериментальными и подтвердило работоспособность рассмотренных алгоритмов оценки параметров случайного сигнала.

Приведенные результаты теоретического и экспериментального исследования оценок позволяют сделать обоснованный выбор алгоритма оценки в зависимости от имеющейся априорной информации о параметрах помехи, а также в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценок и степени простоты аппаратурной или программной реализации алгоритма.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Куликов Е. И.* Методы измерения случайных процессов.— М. : Радио и связь,1986.— 272 с.

2. *Трифонов А. П., Глазнев А. А.* Оценка дисперсии случайного сигнала с неизвестной полосой частот // Радиоэлектроника.— 1999.— Т. 42.— №2.— С. 10—21. (Изв. высш. учеб. заведений).

3. *Зюко А. Г., Кловский Д. Д. и др.* Теория передачи сигналов — М. : Связь, 1980. 282 с.

4. *Вакин С. А., Шустов Л. Н.* Основы радиопротиводействия и радиотехнической разведки.— М. : Сов. радио, 1968.— 444 с.

5. *Куликов Е.И., Трифонов А.П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М. : Сов. радио, 1978.— 296 с.

6. *Трифонов А.П., Шинаков Ю.С.* Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех.— М. : Радио и связь, 1986.— 264 с.

7. *Тихонов В.И., Миронов М. А.* Марковские процессы.— М. : Радио и связь, 1977.— 488 с.

Воронежский госуниверситет.

Поступила в редакцию 04.12.2001.