

243

ISSN 0021-3470



ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ВОЕННЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ

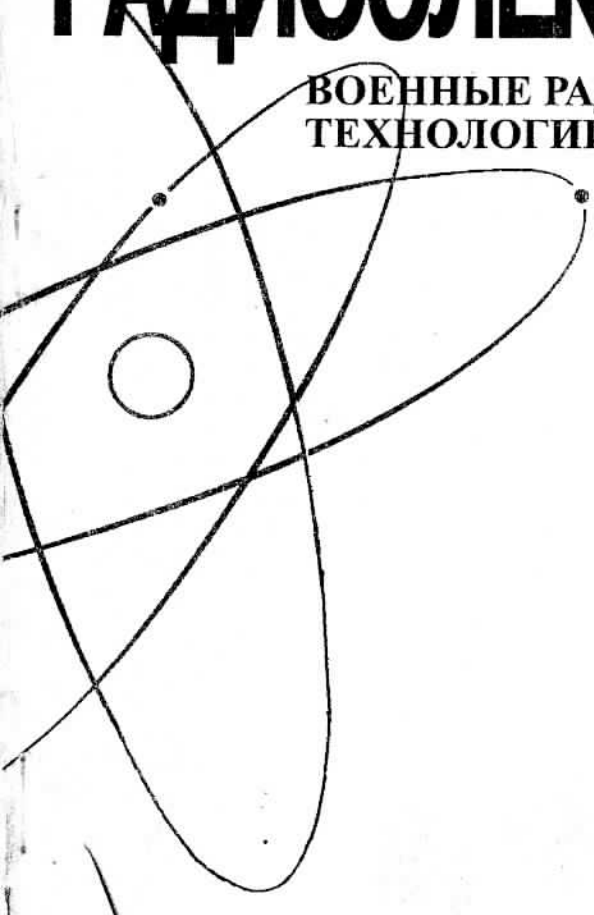
ТОМ 48

3-4

март-апрель

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

2005



ПРЕДЕЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОЙ ОЦЕНКИ СКОРОСТИ*

Рассмотрены характеристики оценки максимального правдоподобия и байесовской оценки при квадратичной функции потерь с учетом аномальных ошибок. Показано, что применение байесовского алгоритма позволяет уменьшить ошибки измерения скорости в пороговой области. Определены оптимальные параметры зондирующей последовательности импульсов, обеспечивающие минимальные ошибки измерения скорости.

Новым направлением в теории и технике радиоэлектронных систем является использование в качестве зондирующих сигналов импульсов нано- и пикосекундной длительности [1—4]. Поскольку потенциальная точность измерения скорости цели пропорциональна длительности зондирующего сигнала и обратно пропорциональна периоду следования импульсов [4], то применение подобных сигналов позволяет определить скорость с точностью до нескольких дециметров в секунду. В [1—5] и др. рассматривались два алгоритма оценки скорости: оценка максимального правдоподобия (ОМП) и байесовская оценка (БО) при квадратичной функции потерь. Точность обеих оценок фактически характеризовалась дисперсией эффективной оценки. Естественно, возникает вопрос, насколько близка полученная таким образом дисперсия оценки к ее истинному значению в зависимости от отношения сигнал/шум (ОСШ), формы импульса и длины априорного интервала возможных значений скорости.

Практическая ценность любого алгоритма измерения существенно снижается при малых ОСШ и больших априорных интервалах возможных значений скорости вследствие появления аномальных ошибок и возникновения пороговых эффектов [4—5]. Кроме того, использование дисперсии эффективной оценки для описания точности измерения скорости может привести даже к качественно неверным выводам, так как эта дисперсия стремится к нулю по мере уменьшения длительности зондирующих импульсов. Однако, чрезмерное уменьшение длительности импульсов при их ограниченной энергии или мощности может привести к снижению точности измерения скорости вследствие

* Работа выполнена при поддержке CRDF и Минобразования РФ (проект VZ-010-0)

появления пороговых эффектов [4—5]. В связи с этим рассмотрим характеристики ОМП и БО скорости с учетом аномальных ошибок и исследуем зависимость точности измерения скорости от параметров зондирующей последовательности импульсов.

Аналогично [4], зондирующую последовательность сверхширокополосного сигнала (СШПС) запишем как

$$\tilde{s}_N(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{s}(t - k\theta), \quad (1)$$

где функция $\tilde{s}(\cdot)$ описывает форму одного импульса, а θ — период следования. Полагаем, что зондирующая последовательность (1) рассеивается целью, движущейся с радиальной скоростью V_0 , причем

$$V_0 \in [-V_{\max} / 2, V_{\max} / 2], \quad V_{\max} \ll c, \quad (2)$$

где c — скорость света. Тогда принимаемый сигнал можно записать в виде [4]

$$s_N(t, V_0) = \sum_{k=0}^{N-1} s[t - k\theta(1 + 2V_0/c)] = a \sum_{k=0}^{N-1} f\{[t - k\theta(1 + 2V_0/c)]/\tau\}. \quad (3)$$

Здесь $a = \max s(t)$ — амплитуда, $\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt / [\max s(t)]^2$ — эквивалентная длительность одного импульса, которая, как и в [1—4], не превышает долей наносекунды. Функции $s(\cdot)$ и $f(\cdot)$ описывают форму одного импульса, причем в общем случае функция $s(\cdot)$ отличается от $\tilde{s}(\cdot)$ в (1) [4]. Функция $f(\cdot)$ нормирована и удовлетворяет условию излучения [1]

$$\max f(x) = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 0. \quad (4)$$

Сигнал (3) принимается на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 , так что обработке доступна реализация $x(t) = s_N(t, V_0) + n(t)$ в течение интервала времени $[0, T]$.

Для получения ОМП или БО необходимо вырабатывать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) $L(V)$ для всех возможных значений скорости V из априорного интервала (2) [5]

$$L(V) = \frac{2}{N_0} \int_0^T x(t) s_N(t, V) dt = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_0^T x(t) s[t - k\theta(1 + 2V/c)] dt.$$

В соответствии с определением [5], оценка максимального правдоподобия \hat{V} скорости V_0 представляет собой положение абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОП (4)

$$\hat{V} = \operatorname{argsup} L(V), V \in [-V_{\max} / 2, V_{\max} / 2]. \quad (5)$$

Если неизвестная скорость априори распределена равномерно в интервале (2), то БО скорости при квадратичной функции потерь имеет вид [5]

$$V_{\text{Б}} = \frac{\int_{-V_{\max}/2}^{V_{\max}/2} V \exp[L(V)] dV}{\int_{-V_{\max}/2}^{V_{\max}/2} \exp[L(V)] dV}. \quad (6)$$

Рассмотрим характеристики оценки скорости. Будем описывать точность измерения скорости величиной безусловного рассеяния (среднего квадрата ошибки) соответствующей оценки. Тогда, используя результаты [4, 5] для рассеяния ОМП скорости (5), получаем приближенное выражение

$$B(\hat{V}) = \langle (\hat{V} - V_0)^2 \rangle = P_{01} D_E + (1 - P_{01}) V_{\max}^2 / 6.$$

Здесь усреднение выполняется по всем возможным значениям случайных величин \hat{V} и V_0 ,

$$D_E = \Delta V^2 / z_N^2 \quad (7)$$

— дисперсия эффективной оценки скорости [4, 5],

$$\Delta V = (c\tau / d\theta) 3 / 2(N-1)(2N-1) \quad (8)$$

— разрешающая способность по скорости,

$$d^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [df(x) / dx]^2 dx, \quad (9) \quad z^2 = 2a^2 \tau / N_0 \quad (10)$$

— ОСШ для одного импульса, а

$$z_N^2 = Nz^2 \quad (11)$$

— ОСШ для всей последовательности (3).

Вероятность надежной оценки $P_{01} = P(|\hat{V} - V_0| < \Delta V)$ определяется выражением [5]

$$P_{01} = \sqrt{\frac{z\sqrt{N}}{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp\left[\frac{2Nz^2 - x^2}{4} - \frac{\xi}{2\pi} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right] D_{-1/2}(2z\sqrt{N} - x) dx, \quad (12)$$

где $\xi = V_{\max} / \Delta V = d\delta \sqrt{2(N-1)(2N-1)} / 3$ — приведенная длина априорного интервала (2) возможных значений скорости, $D_{\nu}(\cdot)$ — функция параболического цилиндра, а

$$\delta = \theta V_{\max} / c\tau = \tau_{\Delta} / \tau, \quad (13)$$

— отношение максимального перемещения цели за период повторения к пространственной длине одного импульса, где $\tau_{\Delta} = \theta V_{\max} / c$ — время прохождения сигналом максимального расстояния, на которое перемещается цель за период повторения. В дальнейшем удобно рассматривать нормированное безусловное рассеяние оценки скорости

$$b_1 = B(\hat{V}) / V_{\max}^2 = (3P_{01} / 2d^2 \delta^2 N(N-1)(2N-1)z^2) + (1 - P_{01}) / 6, \quad (14)$$

которое определяет средний квадрат относительной ошибки измерения скорости.

Полагая, что энергия одного импульса последовательности СШПС (3) фиксирована, т. е. ОСШ z^2 (10) постоянно,

$$z^2 = \text{const}, \quad (15)$$

исследуем возможность оптимального выбора параметров импульса — параметра δ , а следовательно периода следования θ . Оптимальное значение параметра δ будем искать из условия минимума относительного рассеяния (14). Тогда, очевидно, оптимальное значение δ и соответствующее минимальное значение b относительного рассеяния ОМП скорости

$$\delta_{1 \min} = \arg \min_{\delta} b_1, \quad b_{1 \min} = \min_{\delta} b_1. \quad (16)$$

Получить аналитически эти величины не удастся вследствие относительно сложной зависимости вероятности надежной оценки (12) от $\delta(\xi)$, но их всегда можно найти численными методами. Однако необходимость многократного вычисления интеграла в (12) приводит к существенным затратам машинного времени. Несколько упростить процедуру нахождения $\delta_{1 \min}$ и $b_{1 \min}$ можно, полагая ОСШ z_N^2 (11) настолько большим, что для вероятности аномальных ошибок $P_{a1} = 1 - P_{01}$ справедлива приближенная формула [5]

$$P_{a1} \cong (\xi / 2\pi\sqrt{3}) \exp(-Nz^2 / 4). \quad (17)$$

Если $P_{a1} \leq 0,05 \dots 0,1$, то для приближенного расчета $\delta_{1 \min}$ и $b_{1 \min}$ можно использовать упрощенный вариант формулы (14), в которую нужно подставить (17)

$$b_1 \cong \frac{3}{2d^2 \delta^2 N(N-1)(2N-1)z^2} + \frac{d\delta}{36\pi} \sqrt{2(N-1)(2N-1)} \exp\left(-\frac{Nz^2}{4}\right). \quad (18)$$

Минимизацию относительного безусловного рассеяния ОМП скорости (18) по параметру δ (13) можно выполнить аналитически. Действительно, решая уравнение $[db_1 / d\delta]_{\delta_{1 \min}} = 0$, находим

$$\delta_{1 \min} = (3/d)(\pi / z^2 N)^{1/3} \exp(Nz^2 / 12) \sqrt{2 / (N-1)(2N-1)}. \quad (19)$$

Подставляя (19) в (18), получаем

$$b_{1 \min} = 4(\pi z \sqrt{N})^{-2/3} \exp(-Nz^2/6). \quad (20)$$

Используя (13), находим оптимальные параметры СШПС (3), которые обеспечивают минимальное относительное рассеяние ОМП скорости. При выполнении (15) оптимальный период следования импульсов последовательности (3) может быть записан как

$$\theta_{1 \min} = \delta_{1 \min} c\tau / V_{\max} = \frac{3c\tau}{dV_{\max}} \left(\frac{\pi}{z^2 N} \right)^{1/3} \exp\left(\frac{Nz^2}{12} \right) \sqrt{\frac{2}{(N-1)(2N-1)}}. \quad (21)$$

Таким образом, для обеспечения минимального рассеяния ОМП скорости при фиксированном ОСШ (15), необходимо выбирать период следования импульсов (3) из соотношения (20), а оптимальную разрешающую способность — из (8), (20). Оптимальные параметры импульса последовательности (3) изменяются с изменением ОСШ (10) и длины априорного интервала (2) возможных значений скорости. Выбор оптимальных параметров импульсов последовательности СШПС (3) согласно (19), (20) приводит к тому, что с ростом ОСШ рассеяние ОМП скорости (19) убывает экспоненциально, т. е. значительно быстрее, чем дисперсия эффективной оценки (7).

При выполнении (15), требуемая величина периода следования (21) импульсов последовательности (3), которая обеспечивает получение минимального рассеяния (19) ОМП скорости, с увеличением ОСШ (10) и числа импульсов N растет экспоненциально. Однако, рост $\theta_{1 \min}$ может привести к существенному увеличению времени измерения, что не всегда желательно. Если время измерения и, соответственно θ фиксированы,

$$\theta = \text{const}, \quad (22)$$

то необходимое значение $\delta_{1 \min}$ можно обеспечить выбором (изменением) длительности импульса τ . При фиксированных энергии и периоде, т. е. при выполнении (14) и (22), импульс последовательности (3) должен обладать длительностью

$$\tau_{1 \min} = \theta V_{\max} / c\delta_{1 \min} = \frac{d\theta V_{\max}}{3c} \left(\frac{z^2 N}{\pi} \right)^{1/3} \exp\left(-\frac{Nz^2}{12} \right) \sqrt{\frac{(N-1)(2N-1)}{2}} \quad (23)$$

и амплитудой

$$a_{1 \min} = \left(\frac{2N_0 c}{d\theta V_{\max}} \right)^{1/2} \frac{(Nz^2 \sqrt{\pi})^{1/3}}{[2(N-1)(2N-1)]^{1/4}} \exp\left(\frac{Nz^2}{24} \right). \quad (24)$$

Таким образом, для обеспечения минимального рассеяния ОМП скорости при фиксированном ОСШ (15) и ограниченном времени наблюдения, необходимо выбирать амплитуду и длительность импульсов последовательности (3) из соотношений (23), (24). Оптимальные параметры импульсов последовательности (3) изменяются с изменением ОСШ (10), длины априорного интервала (2) возможных значений скорости и числа импульсов последовательности. Выбор оптимальных параметров последовательности СШПС (3) согласно (23), (24) приводит к тому, что с ростом ОСШ и числа импульсов рассеяния ОМП скорости (20) убывает экспоненциально, т. е. значительно быстрее, чем дисперсия эффективной оценки (7).

При выполнении (14), (21), требуемая величина амплитуды (24) импульсов последовательности (3), которая обеспечивает получение минимального рассеяния (20) ОМП скорости, с увеличением ОСШ (10) и числа импульсов растет экспоненциально. Однако, для всех источников СШПС характерно ограничение пиковой мощности генерируемого сигнала. Следовательно, возможна ситуация, когда имеющиеся ограничения пиковой мощности не позволяют генерировать СШПС (3) с требуемой величиной амплитуды (23). Поэтому рассмотрим возможность выбора оптимальной по критерию минимума рассеяния ОМП скорости длительности импульса последовательности (3) при фиксированном периоде следования импульсов θ и ограниченной пиковой мощности, когда амплитуда импульса последовательности (3) удовлетворяет условию

$$a \leq a_m = \text{const.} \quad (25)$$

При наличии этого ограничения пиковой мощности импульса последовательности СШПС (3) выражения (12) и (14) для вероятности надежной оценки и нормированного безусловного рассеяния ОМП скорости перепишем соответственно в виде

$$P_{02} = \left(\frac{z_{\Delta}}{2\pi} \sqrt{\frac{N}{\delta}} \right)^{1/2} \int_0^{\infty} \exp \left[\frac{2Nz_{\Delta}^2 - \delta x^2}{4\delta} - \frac{\xi}{2\pi} \exp \left(-\frac{x^2}{2} \right) \right] D_{-1/2} (2z_{\Delta} \sqrt{N/\delta} - x) dx, \quad (26)$$

$$b_2 = (3P_{02} / 2d^2 \delta N (N - 1)(2N - 1) z_{\Delta}^2) + (1 - P_{02}) / 6 \quad (27)$$

Можно несколько упростить формулу (27), полагая ОСШ настолько большим, что для вероятности аномальных ошибок $P_{a2} = 1 - P_{02}$ справедлива приближенная формула [5]

$$P_{a2} \cong (\xi / 2\pi\sqrt{3}) \exp(-Nz_{\Delta}^2 / 4\delta) \quad (28)$$

Тогда вместо (27), можно использовать более простое выражение

$$b_2 \equiv \frac{3}{2d^2 \delta N(N-1)z_{\Delta}^2} + \frac{d\delta}{36\pi} \sqrt{2(N-1)(2N-1)} \exp\left(-\frac{Nz_{\Delta}^2}{4\delta}\right). \quad (29)$$

В (26)—(29) обозначено $z_{\Delta}^2 = z^2 \delta = 2a_m^2 \tau_{\Delta} / N_0$ — ОСШ для импульса последовательности (3) длительностью τ_{Δ} при выполнении условия (27).

Оптимальное значение параметра δ (13) и, соответственно, длительности при ограничениях (22) и (27) опять будем искать из условия минимума относительного рассеяния (28). Тогда, оптимальное значение параметра δ и, соответствующее минимальное значение относительного рассеяния b ОМП скорости

$$\delta_{2 \min} = \arg \min_{\delta} b_2, \quad b_{2 \min} = \min_{\delta} b_2. \quad (30)$$

Получить аналитически эти величины не удастся, но их можно найти численными методами. Однако, необходимость многократного вычисления интеграла (20) в (27) приводит к существенным затратам времени. Несколько упростить расчет (29) можно при больших ОСШ, используя упрощенное выражение (28) и определяя оптимальные параметры последовательности СШПС (3), которые обеспечивают минимальное относительное рассеяние ОМП скорости. При выполнении (25) импульс последовательности (3) должен обладать длительностью

$$\tau_{2 \min} = \theta V_{\max} / c \delta_{2 \min} \quad (31)$$

и амплитудой a_m (25).

Конкретизируем полученные результаты для последовательности СШПС, форма одного импульса которой описывается функцией

$$f(x) = (k/(k-1)) [\exp(-x^2/2\alpha^2) - (1/k) \exp(-x^2/2k^2\alpha^2)] \quad (32)$$

Здесь параметр k определяет форму СШПС. Если в (32) выбрать

$$\alpha = (k-1)^2 \sqrt{k^2+1} / k\sqrt{\pi} \left[(k+1)\sqrt{k^2+1} - 2k\sqrt{2} \right], \quad (33)$$

то функция (32) удовлетворяет условиям (4). Анализ сигнальной функции (функции неопределенности) [5] для импульса (32) показывает, что при $k=3$ ее наибольший побочный максимум имеет относительную величину не более 0,1. Будем полагать, что такой уровень побочных максимумов достаточно мал для обеспечения однозначного измерения времени прихода импульса (32). Следовательно, при $k=3$, когда $d^2 \equiv 3$ (9), импульс (32) можно полагать сверхширокополосным [1—3].

На рис. 1 сплошной линией 1 представлена зависимость $\delta_{1 \min}(z)$, рассчитанная по формулам (16), (14) при выполнении (15) и числе импульсов последовательности (3) $N=10$. Штриховая линия 1 рассчитана по упрощенной формуле (19), что приводит к незначительной погрешности расчета $\delta_{1 \min}$ (16).

Сплошной линией 2 на рис. 1 представлена зависимость $\delta_{2 \min}(z)$ (24) при $z = z_{\Delta} / \sqrt{\delta_{2 \min}}$ и выполнении (22), (25) для $N = 10$. Эта кривая рассчитана по формулам (37), (33). Штриховая линия 2 рассчитана с использованием упрощенной формулы (29) и незначительно отклоняется от сплошной линии 2. Сопоставление кривых 1 и 2 показывает, что оптимальные значения параметра (13) при ограниченной энергии (20) оказываются несколько большими, чем оптимальные значения δ (13) при ограниченной мощности (25).

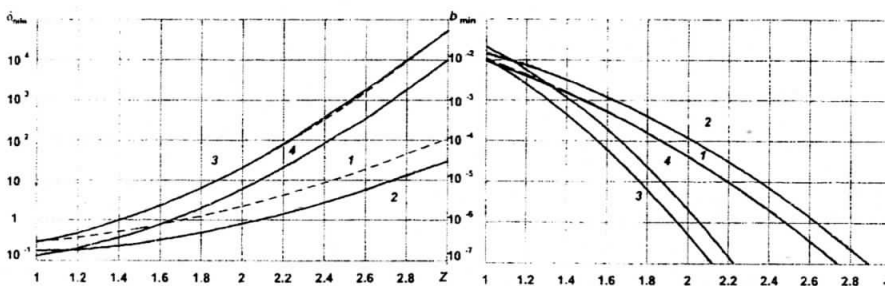


Рис. 1

Рис. 2

На рис. 2 сплошной линией 1 показана зависимость $b_{1 \min}(z)$, рассчитанная по формулам (16), (14), (12) при выполнении (15) и $N = 10$. Штриховая линия 1 рассчитана по упрощенной формуле (20). Сплошной линией 2 на рис. 2 представлена зависимость $b_{2 \min}(z)$ (30) при $z = z_{\Delta} / \sqrt{\delta_{2 \min}}$, выполнении (25) и $N = 10$. Эта кривая рассчитана по формулам (30), (26), (27). Штриховая линия 2 рассчитана с использованием упрощенной формулы (28). Сопоставляя сплошные и штриховые линии, видим, что использование упрощенных формул приводит к незначительным погрешностям расчета минимального относительного рассеяния ОМП скорости. Как следует из рис. 2, минимальное относительное рассеяние ОМП скорости $b_{1 \min}$ (кривая 1) при ограниченной энергии (15) импульса последовательности (3) оказывается несколько меньшим, чем минимальное относительное рассеяние $b_{2 \min}$ (кривая 2) при ограниченной пиковой мощности (25).

Для сравнения предельной точности ОМП скорости при ограничении (15) или (25) на рис. 3 сплошной линией приведена зависимость $\chi_1(z) = b_{2 \min} / b_{1 \min}$ для $N = 10$. Эта кривая показывает, что минимальное относительное рассеяние ОМП при ограниченной пиковой мощности возрастает по сравнению с минимальным относительным рассеянием ОМП при ограниченной энергии с увеличением ОСШ. Так, при $z = 3$ рассеяние $b_{2 \min}$ приблизительно в 4 раза больше чем $b_{1 \min}$.

Рассмотрим предельную точность БО скорости (6). Используя результаты [5], можем записать приближенное выражение для нормированного безусловного рассеяния БО скорости

$$b_3 = (3P_{03} / 2d^2\delta^2 N(N - 1)(2N - 1)z^2) + (1 - P_{03}^2 / 12), \quad (34)$$

где

$$P_{03} = [1 + (\xi z \sqrt{N} / \sqrt{2\pi}) \exp(-Nz^2 / 2)]^4. \quad (35)$$

При не слишком малых ОСШ z_N (11) последнее выражение можно несколько упростить, положив

$$P_{03} = 1 - P_{03} \cong \xi z \sqrt{N} / 2\pi \exp(-Nz^2 / 2). \quad (36)$$

При использовании (36) вместо (35) выражение для нормированного рассеяния БО скорости (34) также несколько упрощается и принимает вид

$$b_3 \cong \frac{3}{2d^2\delta^2 N(N - 1)(2N - 1)z^2} + \frac{z\delta d}{12} \sqrt{\frac{N(N - 1)(2N - 1)}{3\pi}} \exp\left(-\frac{Nz^2}{2}\right). \quad (37)$$

Полагая, что энергия одного импульса последовательности (3) фиксирована, так что выполняется (15), найдем оптимальные значения параметра δ , и следовательно периода следования θ импульсов последовательности (3). Оптимальные параметры сигнала будем искать из условия минимума относительного

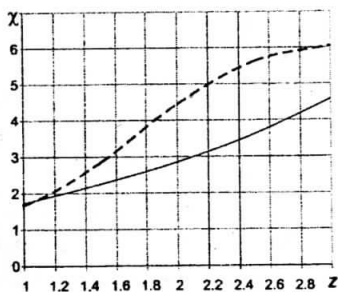


Рис. 3

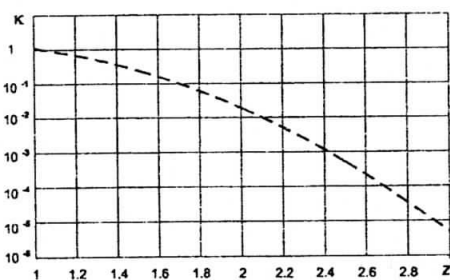


Рис. 4

рассеяния БО (34). Тогда, очевидно, оптимальное значение (13) и соответствующее минимальное значение относительного рассеяния b БО скорости

$$\delta_{3 \min} = \arg \min_{\delta} b_3, \quad b_{3 \min} = \min_{\delta} b_3. \quad (38)$$

Найти аналитически эти величины можно, если использовать упрощенную формулу (37). Решая уравнение $[db_3 / d\delta]_{\delta_{3 \min}} = 0$, находим

$$\delta_{3 \min} = (dz)^{-1} \sqrt{6 / N(N-1)(2N-1)} (9\pi / 2)^{1/6} \exp(Nz^2 / 6). \quad (39)$$

Подставляя (39) в (37), получаем

$$b_{3 \min} = 3\lambda(36\pi)^{-1/3} \exp(-Nz^2 / 3). \quad (40)$$

Используя (39), находим оптимальное значение периода последовательности СШПС (3), которое обеспечивает минимальное относительное рассеяние БО скорости. При выполнении (15) последовательность (3) должна обладать периодом

$$\theta_{3 \min} = c\tau \delta_{3 \min} / V_{\max} = \frac{c\tau}{dz V_{\max}} \sqrt{\frac{6}{N(N-1)(2N-1)}} \left(\frac{9\pi}{2}\right)^{1/6} \exp\left(\frac{Nz^2}{6}\right). \quad (41)$$

Таким образом, для обеспечения минимального рассеяния БО скорости при фиксированном ОСШ (15) необходимо выбирать период следования импульсов последовательности (3) из соотношения (41).

Если время измерения и, соответственно, θ фиксированы, т. е. выполняется (22), то необходимое значение $\delta_{3 \min}$ можно обеспечить выбором (изменением) длительности импульса τ . При фиксированных энергии и периоде, т. е. при выполнении (15), (22) импульс последовательности (3) должен обладать длительностью

$$\tau_{3 \min} = \theta V_{\max} / c\delta_{3 \min} = \frac{\theta V_{\max} dz}{c} \sqrt{\frac{N(N-1)(2N-1)}{6}} \left(\frac{2}{9\pi}\right)^{1/6} \exp\left(-\frac{Nz^2}{6}\right) \quad (42)$$

и амплитудой

$$a_{3 \min} = \left(\frac{N_0 cz}{\theta dV_{\max}}\right)^{1/2} \left[\frac{N}{\lambda(N-1)(2N-1)}\right]^{1/4} \left(\frac{9\pi}{2}\right)^{1/12} \exp\left(\frac{Nz^2}{12}\right). \quad (43)$$

Таким образом, для обеспечения минимального рассеяния БО скорости при фиксированном ОСШ (15) и ограниченном времени наблюдения, необходимо выбирать амплитуду и длительность импульсов последовательности (3) из соотношений (42), (43). Оптимальные параметры импульсов последовательности (3) изменяются с изменением ОСШ (11), длины априорного интервала (2), возможных значений скорости и числа импульсов последовательности. Выбор оптимальных параметров последовательности СШПС (3) согласно (42), (43) приводит к тому, что с ростом ОСШ и числа импульсов рассеяние БО скорости (40) убывает экспоненциально, т. е. значительно быстрее, чем дисперсия эффективной оценки (7).

Положим теперь, что ограничена пиковая мощность импульса последовательности (3), так что его амплитуда удовлетворяет условию (25). При нали-

чи ограничения (25) пиковой мощности импульса СШПС (3) выражения (34) и (35) перепишем соответственно в виде

$$b_4 = 3P_{04} / (2d^2 \delta N(N - 1)(2N - 1)z_{\Delta}^2) + (1 - P_{04}^2) / 12, \quad (44)$$

$$P_{04} = [1 + \xi z_{\Delta} \sqrt{N / 2\pi\delta} \exp(-Nz_{\Delta}^2 / 2\delta)]^2. \quad (45)$$

Можно несколько упростить (44), полагая ОСШ z_N настолько большим, что для вероятности аномальных ошибок $P_{a4} = 1 - P_{04}$ справедлива приближенная формула [5]

$$P_{a4} \cong \xi z_{\Delta} \sqrt{N / 2\pi\delta} \exp(-Nz_{\Delta}^2 / 2\delta).$$

Тогда вместо (44), аналогично (28), можно использовать более простое выражение

$$b_4 \cong \frac{3}{2d^2 \delta N(N - 1)(2N - 1)z_{\Delta}^2} + \frac{\xi d}{12} \sqrt{\frac{\delta N(N - 1)(2N - 1)}{3\pi}} \exp\left(-\frac{Nz_{\Delta}^2}{2\delta}\right),$$

где z_{Δ}^2 определяется из (29).

Оптимальное значение параметра δ (13) при ограничениях (22) и (25) и соответствующее минимальное значение относительного рассеяния b БО скорости определяются как

$$\delta_{4 \min} = \arg \min_{\delta} b_4, \quad b_{4 \min} = \min_{\delta} b_4. \quad (46)$$

Получить аналитически эти величины не удастся, но их можно найти численными методами. Используя (28), можно определить оптимальные параметры последовательности СШПС (3), которые обеспечивают минимальное относительное рассеяние БО скорости. При выполнении (22) импульс последовательности (3) должен обладать длительностью

$$\tau_{4 \min} = \theta V_{\max} / c \delta_{4 \min}. \quad (47)$$

В качестве примера опять рассмотрим последовательность СШПС, форма одного импульса которого описывается функцией (32), (33). Для такой последовательности на рис. 1 сплошной линией 3 представлена зависимость $\delta_{3 \min}(z)$, рассчитанная по формулам (38), (34), (35) при выполнении (15) и числе импульсов последовательности (3) $N = 10$. Расчеты по упрощенной формуле приводят практически к тем же результатам. Сплошной линией 4 на рис. 1 представлена зависимость $\delta_{4 \min}(z)$ (46) при $z = z_{\Delta} / \sqrt{\delta_{4 \min}}$ и $N = 10$. Сопоставление кривых 3 и 4 на рис. 1 показывает, что оптимальные значения параметра δ (11) при ограниченной энергии (12) оказываются несколько большими, чем оптимальные значения параметра δ (13) при ограниченной пиковой

мощности (25). Из рис. 1 также следует, что оптимальные значения параметра δ (10) при использовании БО, когда ОСШ велико, могут быть заметно больше, чем оптимальные значения параметра δ при использовании ОМП.

На рис. 2 кривой 3 показана зависимость $b_{3 \min}(z)$, рассчитанная по формулам (38), (34), (35) при выполнении (15) и $N=10$. Расчеты по упрощенной формуле (32) приводят практически к тем же результатам. Кривой 4 на рис. 3 показана зависимость $b_{4 \min}(z)$ при $z = z_{\Delta} / \sqrt{\delta_{4 \min}}$, выполнении (25) и $N=10$. Эта кривая рассчитана по формулам (46), (44), (45). Как следует из рис. 2, минимальное относительное рассеяние БО дальности (кривая 3) при ограниченной энергии (15) импульса последовательности (3) оказывается несколько меньшим, чем минимальное относительное рассеяние $b_{4 \min}$ (кривая 4) при ограниченной пиковой мощности (25). Сопоставление кривых 1 и 3, а также 2 и 4 показывает, что минимальное рассеяние БО скорости может быть существенно меньше, чем минимальное рассеяние ОМП скорости.

Для сравнения предельной точности БО скорости при ограничениях (15) или (25) на рис. 3 штриховой линией показана зависимость $\chi_2(z) = b_{4 \min} / b_{3 \min}$ при $N=10$. Она показывает, что минимальное относительное рассеяние БО при ограниченной пиковой мощности возрастает по сравнению с минимальным относительным рассеянием БО при ограниченной энергии с увеличением ОСШ. Так, при $2 \leq z \leq 3$ рассеяние $b_{4 \min}$ превышает $b_{3 \min}$ в 4...6 раз.

Выигрыш в предельной точности БО скорости по сравнению с предельной точностью ОМП иллюстрирует рис. 4. Сплошная кривая показывает зависимость $\kappa_1(z) = b_{3 \min} / b_{1 \min}$, а штриховая — зависимость $\kappa_2(z) = b_{4 \min} / b_{2 \min}$ при $N=10$. Согласно рис. 4 применение БО скорости с оптимальными параметрами СШПС приводит к существенному выигрышу в предельной точности измерения скорости по сравнению с применением ОМП при соответствующих оптимальных параметрах СШПС (3). При одинаковых параметрах СШПС применение БО и ОМП в условиях высокой апостериорной точности (большие ОСШ) обеспечивает одинаковую точность измерения скорости, которая характеризуется дисперсией эффективной оценки (7) [5].

Таким образом, для достижения предельной точности сверхширокополосной оценки скорости необходимо при заданных $z^2(z_{\Delta}^2)$ и V_{\max} выбирать параметры СШПС $a_{i \min}$ и $\tau_{i \min}$ ($i = \overline{1,4}$) согласно (23), (24) или (42), (43) при ограниченной энергии импульса (15) или согласно (31), (47) при ограниченной пиковой мощности импульса (25). Использование байесовского алгоритма позволяет существенно повысить предельную точность измерения. Однако, в этом случае структура измерителя оказывается несколько более сложной, чем при использовании алгоритма максимального правдоподобия.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Астанин Л. Ю., Костылев А. А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений.— М. : Радио и связь, 1989.— 192 с.
2. Хармут Х. Ф. Несинусоидальные волны в радиолокации и радиосвязи.— М. : Радио и связь, 1985.— 376 с.
3. Бункин Б. В., Кашин В. А. Особенности, проблемы и перспективы субнаносекундных видеоимпульсных РЛС // Радиотехника.— 1995.— № 4, 5.— С. 128—133.
4. Трифонов А. П., Беспалова М. Б. Эффективность сверхширокополосного обнаружения и измерения дальности и скорости цели // Радиотехника и электроника.— 1997.— Т. 42.— № 4.— С. 451—456.
5. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М. : Сов. радио, 1978.— 296 с.

Воронежский государственный ун-т.

Поступила в редакцию 30.04.04.

УДК 62-50

МАМАЙ В. И., СОТНИКОВ А. В., ЩЕРБАНЬ О. Г.

СУБОПТИМАЛЬНАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Задача параметрической идентификации стохастических нелинейных систем решена на основе использования обобщенных вероятностных критериев, что позволяет обеспечить потенциально большую точность процедуры «оценивания—идентификации» по сравнению с традиционными методами и инвариантность объема вычислительных затрат к размерности вектора неизвестных параметров.

Существующее решение задачи идентификации стохастической динамической системы в условиях параметрической неопределенности (иногда называемой задачей адаптивной фильтрации) предполагает, как известно, расширение его вектора состояния за счет вектора неизвестных параметров с последующим оцениванием всего расширенного вектора известными методами [1—3]. При этом N неизвестных параметров увеличивают размерность интегрируемой системы уравнений оценок с учетом симметрии матрицы ковариаций на величину $N^2 / 2 + (3/2 + M)N$, где M — размерность вектора состояния системы, что существенно влияет на число параметров, допускающих практическую возможность идентификации.

В этих случаях, как правило, принимается весьма упрощающее допущение о постоянстве идентифицируемых параметров на интервале наблюдения, что для подавляющего большинства реальных ситуаций невыполнимо, а в общем случае существенно снижает потенциальную точность оценивания. Возможности же повышения точности идентификации в этом случае оказываются