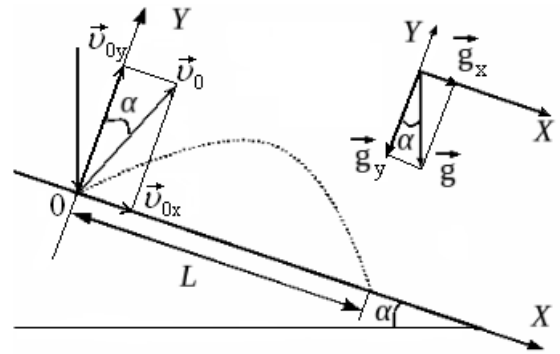


Задача 1. Маленький мячик падает вертикально вниз на дорогу, имеющую угол наклона к горизонту равный 30° и отскакивает от нее. Следующий отскок мячика от дороги происходит на расстоянии 80 см от места падения. Определите промежуток времени между первым и вторым отскоками мячика от дороги. Взаимодействие между мячиком и дорогой считать абсолютно упругим.

Решение

Изобразим скорости мячика на чертеже. Учтем, что угол падения мячика на дорогу равен углу отскока от нее. Так как взаимодействие между мячиком и дорогой упругое, то скорость непосредственно после отскока по модулю равна скорости перед отскоком. Начало координат поместим в точку первого отскока, ось OX направим вдоль дороги.



Запишем кинематический закон движения мячика

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2}, \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{g_y t^2}{2}. \end{cases} \quad (1)$$

Из чертежа видно, что

$$v_{0x} = v_0 \sin \alpha, \quad v_{0y} = v_0 \cos \alpha, \quad (2)$$

$$g_x = g \sin \alpha, \quad g_y = g \cos \alpha. \quad (3)$$

В начальный момент времени $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$ (в момент первого отскока), а в конечный момент (в момент второго отскока)

$$\begin{cases} x = L, \\ y = 0. \end{cases} \quad (4)$$

С учетом (2)-(4) система уравнений (1) примет вид

$$\begin{cases} v_0 t \sin \alpha + \frac{g t^2 \sin \alpha}{2} = L, \\ v_0 - \frac{g t}{2} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

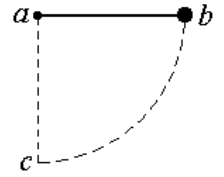
Исключив из системы уравнений (5) начальную скорость v_0 , окончательно получим

$$t = \sqrt{\frac{L}{g \sin \alpha}} = 0,4 \text{ с.} \quad (6)$$

Примерная схема оценивания (7 баллов)

- 1) Кинематический закон движения (1)..... 2 балла
- 2) Выражения для проекций вектора начальной скорости (2)..... 1 балл
- 3) Выражения для проекций вектора ускорения (3)..... 1 балл
- 4) Значения координат мячика в конечный момент времени (4)...1 балл
- 5) Правильный ответ в общем виде (6)..... 1 балл
- 6) Правильный числовой ответ.....1 балл

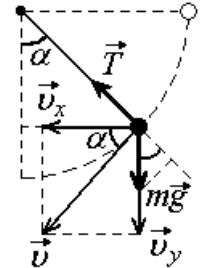
Задача 2. Тело массой $m = 1$ кг, подвешенное на тонкой невесомой нити длиной $l = 80$ см, отпускают из горизонтального положения b . Прежде, чем тело достигает положения равновесия c , нить рвется. Определите горизонтальную составляющую скорости тела в момент пересечения телом вертикальной линии ac , проведенной через точку подвеса a . Максимальная сила натяжения, которую может выдержать нить, равна $T = 6,4$ Н.



Решение

Запишем для тела второй закон Ньютона в проекции на нить в момент разрыва нити с учетом того, что ускорение тела центростремительное

$$T - mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{l}. \quad (1)$$



Запишем закон сохранения механической энергии при перемещении тела из исходного положения в точку разрыва нити. Поместим нулевой уровень потенциальной энергии в эту точку. Тогда в исходном положении тело было на высоте $l \cos \alpha$. Следовательно,

$$mgl \cos \alpha = \frac{mv^2}{2} \quad (2)$$

или

$$v^2 = 2gl \cos \alpha. \quad (3)$$

Горизонтальная составляющая скорости в момент разрыва нити будет равна

$$v_x = v \cos \alpha. \quad (4)$$

Так как после разрыва нити на тело действует только сила тяжести, то в горизонтальном направлении движение будет равномерным. Таким образом, горизонтальная составляющая скорости тела в момент пересечения телом вертикальной линии, проведенной через точку подвеса, будет равна горизонтальной составляющей скорости тела в момент разрыва нити.

Решая систему уравнений (1), (3), (4) окончательно получим

$$v_x = \sqrt{\frac{2lT^3}{m^3 g^2}} \approx 2 \text{ м/с}. \quad (5)$$

Примерная схема оценивания (9 баллов)

- 1) Рисунок, поясняющий силы, действующие на тело..... 1 балл
- 2) Второй закон Ньютона (1)..... 2 балла
- 3) Закон сохранения механической энергии (2) или (3)..... 2 балла
- 4) Выражение для горизонтальной составляющей скорости (4)... 1 балл
- 5) Постоянство горизонтальной составляющей скорости..... 1 балл
- 6) Правильный ответ в общем виде (5)..... 1 балл
- 7) Правильный ответ..... 1 балл

Задача 3. Два моля аргона переводят из состояния 1 с температурой 327 °С в состояние 2 таким образом, что в ходе процесса давление газа изменяется обратно пропорционально квадрату объёма. В результате давление газа уменьшается в $\alpha = 4$ раза. Какую работу в ходе этого процесса совершил газ, если он отдал холодильнику количество теплоты равное 2494 Дж?

Решение

Согласно первому закону термодинамики:

$$A = Q - \Delta U. \quad (1)$$

Запишем уравнение для изменения внутренней энергии идеального одноатомного газа

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1). \quad (2)$$

Учтем, что согласно условию давление газа изменяется обратно пропорционально квадрату объёма ($p = k/V^2$, где k – коэффициент пропорциональности), следовательно

$$P_1 V_1^2 = P_2 V_2^2. \quad (3)$$

Используем уравнение Менделеева-Клапейрона для газа в состояниях 1 и 2:

$$\begin{cases} V_1 = \frac{\nu R T_1}{p_1} \\ V_2 = \frac{\nu R T_2}{p_2} \end{cases}. \quad (4)$$

Подставив уравнения (4) в (3) и выразив температуру в состоянии 2, получим

$$T_2 = T_1 \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} = \frac{T_1}{\sqrt{\alpha}} \quad (5)$$

и окончательно

$$A = Q - \frac{3}{2} \nu R T_1 \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} - 1 \right) = Q + \frac{3}{2} \nu R T_1 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right) = 4985 \text{ Дж} \quad (6)$$

(при вычислениях следует учесть, что отданное количество теплоты имеет отрицательный знак).

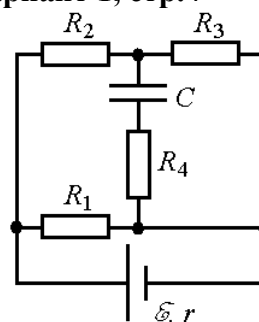
Примерная схема оценивания (6 баллов)

- 1) Первый закон термодинамики (1).....1 балл
- 2) Уравнение для изменения внутренней энергии идеального одноатомного газа (2).....1 балл
- 3) Связь между давлениями и объемами (3)... 1 балл
- 4) Уравнение Менделеева-Клапейрона (4)1 балл
- 5) Правильный ответ в общем виде (6).....1 балл
- 6) Правильный числовой ответ.....1 балл

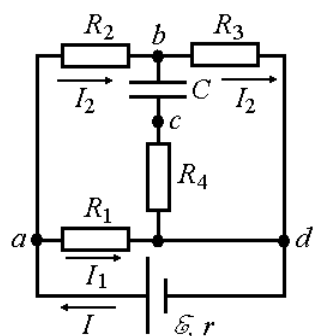
Задача 4. Определите заряд на конденсаторе для схемы, приведенной на рисунке, если $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_4 = 40 \text{ Ом}$, $r = 5 \text{ Ом}$, $C = 10 \text{ мкФ}$, $\mathcal{E} = 10 \text{ В}$.

Решение

Согласно закону Ома для всей цепи сила тока, идущего через источник тока равна



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{полн}} + r} \quad (1)$$



Через участок цепи, содержащий конденсатор, ток не идет, поэтому при расчете полного сопротивления цепи $R_{\text{полн}}$ сопротивление R_4 учитывать не нужно. Резисторы R_2 и R_3 соединены последовательно, а резистор R_1 подключен к ним параллельно. Следовательно

$$R_{\text{полн}} = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (2)$$

Через резисторы R_2 и R_3 течет ток I_2 , а через резистор R_1 ток I_1 . При параллельном соединении проводников

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + R_3}{R_1}. \quad (3)$$

Согласно правилу Кирхгофа в узле a

$$I = I_1 + I_2, \quad (4)$$

откуда с учетом (3) получим

$$I_2 = IR_1 / (R_1 + R_2 + R_3). \quad (5)$$

Примем потенциал точки d за нуль: $\varphi_d = 0$. Тогда потенциал точки b будет равен

$$\varphi_b = I_2 R_3. \quad (6)$$

Так как через резистор R_4 ток не идет, то потенциалы точек c и d одинаковы

$$\varphi_c = 0. \quad (7)$$

Разность потенциалов пластин конденсатора с учетом (5)-(7) равна

$$U = \varphi_b - \varphi_c = \frac{IR_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (8)$$

Заряд конденсатора

$$q = CU. \quad (9)$$

Откуда с учетом (8), (1), (2) окончательно получим

$$q = \frac{\mathcal{E} R_1 R_3 C}{R_1 \cdot (R_2 + R_3) + r \cdot (R_1 + R_2 + R_3)} = 37,5 \text{ мкКл} \quad (10)$$

Примерная схема оценивания (9 баллов)

- 1) Закон Ома для всей цепи (1).....1 балл
- 2) Полное сопротивление цепи (2)1 балл
- 3) Сила тока I_2 через резисторы R_2 и R_3 (5).....2 балла
- 4) Разность потенциалов пластин конденсатора (8)...2 балла
- 5) Выражение для заряда конденсатора (9).....1 балл
- 6) Правильный ответ в общем виде (10).....1 балл
- 7) Правильный числовой ответ.....1 балл